

COD Complex Quaternionic General Solution and a Phase-Equilibrium Interpretation of Navier–Stokes Fluid Dynamics

Jason Kuhyun Ryoo

Director, InnoLab Science Institute (ISI)

Abstract

This study presents a reinterpretation of the Navier–Stokes existence and smoothness problem within the framework of **Time-Independent Phase Dynamics**.

COD defines every stable physical entity as a **Complex Quaternionic Spherical Oscillator** emerging through the recursive self-organization of the complex wave

$$\Psi(\mathbf{r}) = A(\mathbf{r})e^{i\Phi(\mathbf{r})}.$$

Each individual oscillator possesses the complex dual-energy structure

$$S = P + iQ,$$

which satisfies the fundamental condition of Complex Phase Equilibrium,

$$\|P\| = \|Q\|.$$

When extended to multiple coupled oscillators, the entire system evolves according to the Universal Hamiltonian variational principle,

$$\Delta[\sum K_{ij}(\Phi_i - \Phi_j)^2] = 0,$$

while global synchronization is established through

$$\sum_j K_{ij} \sin(\Phi_j - \Phi_i) = 0.$$

Simultaneously, the system preserves the Multiplicative-Invariant relation,

$$\|Q_i\| \cdot \|P_j\|$$

26 =
 27 $\|P_i\| \cdot \|Q_j\|$,

28 which represents the geometric conservation law of Complex Phase Equilibrium and the
 29 recursive self-consistency of dual energy.

30 Within this framework, a fluid is interpreted not as a continuous mass evolving in time, but as
 31 a self-organizing network of Complex Quaternionic Spherical Oscillators coupled through
 32 recursive phase equilibrium.

33 Consequently, turbulence, vortical structures, existence, and smoothness are reformulated as
 34 problems of bounded phase curvature and recursive phase self-consistency, whose general
 35 solution is expressed by

36 $\Delta(\Delta\Phi) \rightarrow 0$.

37 Rather than replacing the classical Navier–Stokes equations, this work proposes a time-
 38 independent phase-geometrical interpretation in which existence and smoothness emerge
 39 naturally from Complex Phase Equilibrium and Multiplicative Invariance.

40

41 1. Introduction

42 The Navier–Stokes equations provide the fundamental mathematical description of viscous
 43 fluid motion. Nevertheless, the three-dimensional existence and smoothness problem remains
 44 one of the most significant unsolved problems in modern mathematics.

45 Conventional fluid mechanics interprets fluids as continuous masses evolving along a
 46 temporal axis, and the existence and smoothness problem is formulated as the long-term
 47 behavior of time-dependent velocity fields.

48 The present work proposes a fundamentally different perspective.

49 Within COD, every stable physical entity is defined as a **Complex Quaternionic Spherical**
 50 **Oscillator** generated through the recursive self-organization of complex waves.

51 The self-consistent structure of an individual oscillator is identical to the ontological structure
 52 proposed for the Yang–Mills Mass Gap. Fluid systems are therefore interpreted as networks
 53 of multiple coupled oscillators rather than collections of continuously moving particles.

54 Accordingly, Yang–Mills theory and Navier–Stokes fluid dynamics share the same
 55 ontological foundation. The distinction lies not in the underlying physics, but in scale: Yang–
 56 Mills describes the self-consistency of a single oscillator, whereas Navier–Stokes describes
 57 the collective self-organization of multiple coupled oscillators.

From this viewpoint, fluid motion is interpreted not as temporal mass transport, but as the recursive restoration of phase equilibrium throughout a global phase field.

To describe this process, the present work adopts the Universal Hamiltonian variational principle,

$$\Delta[\Sigma K_{ij}(\Phi_i - \Phi_j)^2] = 0,$$

the phase synchronization equation,

$$\Sigma_j K_{ij} \sin(\Phi_j - \Phi_i) = 0,$$

and the Multiplicative-Invariant relation,

$$\|Q_i\| \cdot \|P_j\| \\ = \\ \|P_i\| \cdot \|Q_j\|,$$

which emerges naturally from Complex Phase Equilibrium as the universal law of geometric self-consistency.

Within this framework, the Navier–Stokes problem is reformulated. Rather than asking whether a velocity field remains smooth for all time, the essential question becomes:

Can the phase curvature of a network of Complex Quaternionic Spherical Oscillators remain bounded while preserving recursive global phase equilibrium?

This reinterpretation establishes the Navier–Stokes existence and smoothness problem as a problem of **Time-Independent Phase Geometry**, providing a common theoretical foundation shared with the Yang–Mills Mass Gap, the Riemann Hypothesis, and the broader framework of **The General Solution**.

2. Ontology: Self-Consistent Structure of the Complex Quaternionic Spherical Oscillator

Within the COD framework, every stable physical entity is defined as a **Complex Quaternionic Spherical Oscillator** emerging through the recursive self-organization of complex waves.

The fundamental state function is

$$\Psi(r) = A(r)e^{i\Phi(r)},$$

88 and the corresponding phase-velocity field is defined by

89 $v = \kappa \nabla \Phi.$

90 Space is represented as a **Complex Quaternionic Phase Field** consisting of a global phase
91 component and local quaternionic phase components,

92 $P(Q)=P+Q_1i+Q_2j+Q_3k.$

93 Here, **P** denotes the global phase field, while **Q = (Q₁,Q₂,Q₃)** represents the local
94 quaternionic phase components.

95 The fundamental dual-energy structure is

96 $S=P+iQ.$

97 A stable physical entity satisfies the condition of **Complex Phase Equilibrium**,

98 $\|P\|=\|Q\|,$

99 which represents the geometric self-consistency between the local and global phase fields.

100 The ontological hierarchy of COD is expressed as

101 $Q_0 \subset P \subset P(Q),$

102 where

103 $Q_0 = I(P(Q))$

104 denotes the integrated phase center emerging through recursive phase closure within the
105 global phase field rather than being prescribed a priori.

106 Phase gradients generate phase energy according to

107 $E_Q \propto |\nabla Q|^2,$

108 while recursive phase condensation gives rise to mass,

109 $m = \int |\nabla Q|^3 dV.$

110 Accordingly, stable particles, fluid structures, and larger physical systems are interpreted as
111 eigenmodes arising from the same recursive phase-condensation geometry.

112 The ontological structure developed here is identical to that proposed for the Yang–Mills
113 Mass Gap, where a single Complex Quaternionic Spherical Oscillator constitutes the

fundamental unit of existence. In the present work, the same ontology is extended to a network of multiple coupled oscillators, providing the basis for a time-independent interpretation of Navier–Stokes fluid dynamics.

3. Recursive Phase-Curvature Dynamics and the COD General Solution

The previous section established the ontological structure of a stable physical entity. The present section addresses the internal dynamics through which this ontology continuously preserves phase equilibrium.

Within the COD framework, the imaginary quaternionic components describe the spatial distribution of phase curvature and are represented by

$$\vec{Q} \approx \nabla(\Delta\Phi).$$

Accordingly, the quaternion norm

$$\begin{aligned} |Q|^2 \\ = \\ P^2 + Q_1^2 + Q_2^2 + Q_3^2 \end{aligned}$$

provides a direct geometric measure of the total phase-curvature energy.

If

$$|Q|^2 < \infty,$$

then

$$|\nabla(\Delta\Phi)|^2 < \infty,$$

indicating that local phase curvature remains bounded and cannot diverge independently.

The coupled oscillator network continuously evolves according to the Universal Hamiltonian variational principle,

$$\Delta[\Sigma K_{ij}(\Phi_i - \Phi_j)^2] = 0,$$

which minimizes the total phase-stress energy of the system.

Collective synchronization is simultaneously maintained through

141 $\sum_j K_{ij} \sin(\Phi_j - \Phi_i) = 0$,

142 ensuring recursive restoration of global phase equilibrium.

143 When Complex Phase Equilibrium is satisfied simultaneously by both the local and global
 144 phase fields, the relation

145 $\|Q_i\| \cdot \|P_j\|$
 146 $=$
 147 $\|P_i\| \cdot \|Q_j\|$

148 naturally emerges.

149 The present study identifies this relation as **Multiplicative Invariance**.

150 Rather than introducing an independent conservation law, Multiplicative Invariance is
 151 interpreted as the geometrical consequence of Complex Phase Equilibrium, expressing the
 152 recursive self-consistency of the dual-energy structure throughout the coupled phase network.

153 Consequently, phase synchronization and Multiplicative Invariance are understood as
 154 complementary manifestations of the same self-organizing process.

155 As recursive self-consistency proceeds, the residual phase curvature continuously decreases
 156 toward

157 $\Delta(\Delta\Phi) \rightarrow 0$.

158 The present study identifies this limiting condition as the **COD General Solution**.

159 Accordingly, a network of multiple Complex Quaternionic Spherical Oscillators continuously
 160 restores global phase equilibrium while preserving bounded phase curvature. Within this
 161 framework, existence and smoothness are interpreted not as independent analytical
 162 assumptions but as natural geometrical consequences of recursive phase self-organization.

163

164 **4. Internal Dynamics and Multiplicative** 165 **Invariance**

166 Within **Time-Independent Phase Dynamics**, individual oscillators do not exist as isolated
 167 entities. Every **Complex Quaternionic Spherical Oscillator** continuously exchanges phase
 168 information with neighboring oscillators, recursively evolving toward a globally self-
 169 consistent phase equilibrium.

170 This collective synchronization is described by the phase-matching condition

171 For all coupled oscillators i, j ,
172
173 $\sum_j K_{ij} \sin(\Phi_j - \Phi_i) = 0$.

174 This equation indicates that the phase of each oscillator is not determined independently, but
175 is continuously adjusted to preserve the self-consistency of the entire coupled system.

176 Each oscillator possesses the complex dual-energy structure

177 $S = P + iQ$,

178 and every stable physical entity satisfies the fundamental condition of **Complex Phase**
179 **Equilibrium**,

180 $\|P\| = \|Q\|$.

181 When the same equilibrium condition is simultaneously satisfied by both the global and local
182 phase fields, the following relation naturally emerges:

183 $\|Q_i\| \cdot \|P_j\|$
184 $=$
185 $\|P_i\| \cdot \|Q_j\|$.

186 The present study identifies this relation as **Multiplicative Invariance**.

187 Multiplicative Invariance is not introduced as an independent axiom or an additional
188 conservation law. Rather, it is the natural geometrical consequence of **Complex Phase**
189 **Equilibrium**, representing the recursive self-consistency of the dual-energy structure across
190 coupled oscillators.

191 Accordingly, the internal dynamics of a multiple-oscillator system are governed
192 simultaneously by two complementary principles.

193 First, phase synchronization,

194 $\sum_j K_{ij} \sin(\Phi_j - \Phi_i) = 0$,

195 drives the entire system toward global phase equilibrium.

196 Second, Multiplicative Invariance,

197 $\|Q_i\| \cdot \|P_j\|$
198 $=$
199 $\|P_i\| \cdot \|Q_j\|$,

200 preserves the geometric self-consistency and dual-energy conservation of the coupled phase
201 structure.

202 These two principles arise naturally from the Universal Hamiltonian variational principle,
 203 $\Delta[\sum K_{ij} (\Phi_i - \Phi_j)^2] = 0$,
 204 under which the system continuously minimizes its total phase-stress energy.
 205 Consequently, the recursive evolution of the coupled oscillator network converges toward the
 206 general solution
 207 $\Delta(\Delta\Phi) \rightarrow 0$.

208 Within the present framework, minimum action and energy conservation are therefore not
 209 regarded as independent physical principles. They are interpreted as complementary
 210 geometrical manifestations of the same self-organizing process governed by **Complex Phase**
 211 **Equilibrium** and **Multiplicative Invariance**.

212

213 5. Existence and Smoothness: Self- 214 Consistency of Phase Curvature

215 The classical Navier–Stokes existence and smoothness problem has traditionally been
 216 formulated as a question concerning the long-term behavior of time-dependent velocity and
 217 pressure fields.

218 Within the framework of **Time-Independent Phase Dynamics**, however, a fluid is
 219 interpreted not as a continuously moving mass but as a self-organizing network of **Complex**
 220 **Quaternionic Spherical Oscillators** coupled through recursive phase equilibrium.

221 Accordingly, the existence and smoothness problem is reformulated. Rather than asking
 222 whether a velocity field remains regular for all time, the essential question becomes whether
 223 the self-consistency of the global phase field can be preserved throughout the coupled
 224 oscillator network.

225 Each oscillator evolves according to the Universal Hamiltonian variational principle,

226 $\Delta[\sum K_{ij} (\Phi_i - \Phi_j)^2] = 0$,

227 which minimizes the total phase-stress energy of the system.

228 Collective phase synchronization is established through

229 $\sum_j K_{ij} \sin(\Phi_j - \Phi_i) = 0$,

230 while the recursive self-consistency of the coupled phase structure is preserved by the
 231 Multiplicative-Invariant relation,

$$\begin{aligned} & \|Q_i\| \cdot \|P_j\| \\ & = \\ & \|P_i\| \cdot \|Q_j\|. \end{aligned}$$

Together, these principles continuously restore global phase equilibrium, even when local phase distortions arise.

Consequently, phase curvature may vary locally, but the recursive organization of the coupled oscillator network prevents unbounded divergence by continuously driving the system toward self-consistent equilibrium.

The resulting general solution is expressed as

$$\Delta(\Delta\Phi) \rightarrow 0.$$

Within the present framework, bounded phase curvature and smoothness are therefore interpreted not as independent mathematical assumptions, but as natural geometrical consequences of **Complex Phase Equilibrium** and **Multiplicative Invariance**.

Accordingly, the Navier–Stokes existence and smoothness problem is reformulated from a question concerning the temporal regularity of solutions into a problem of whether a network of coupled **Complex Quaternionic Spherical Oscillators** can continuously preserve global phase equilibrium through recursive self-organization.

249
250

6. Discussion

The present study reinterprets the Navier–Stokes existence and smoothness problem not as a problem of time-dependent fluid motion, but as the **Time-Independent Phase Dynamics** of a network of multiple **Complex Quaternionic Spherical Oscillators**.

Within this framework, a fluid is no longer regarded as a continuously moving mass, but as a self-organizing network of coupled oscillators maintaining **Complex Phase Equilibrium** through recursive phase synchronization. Accordingly, existence and smoothness are interpreted as the geometric self-consistency of bounded phase curvature rather than as independent analytical properties of a velocity field.

This ontological framework is fundamentally identical to that proposed for the **Yang–Mills Mass Gap**. In the Yang–Mills problem, a single **Complex Quaternionic Spherical Oscillator** achieves self-consistency and forms a stable mass structure. In the Navier–Stokes problem, multiple oscillators interact collectively to establish a globally self-consistent phase-equilibrium network.

The distinction between the two problems therefore lies not in their underlying physical principles, but in their spatial scale. Yang–Mills describes the self-consistency of an

267 individual oscillator, whereas Navier–Stokes describes the collective self-organization of
268 multiple coupled oscillators.

269 From this perspective, **Time-Independent Phase Dynamics** provides a common theoretical
270 foundation connecting individual and collective dynamics, microscopic and macroscopic
271 systems, and particle-based and continuum descriptions within a single framework of
272 **Complex Phase Geometry**.

273 The conceptual hierarchy may be summarized as

274 Complex Wave
275 ↓
276 Complex Phase Equilibrium
277 ↓
278 Multiplicative Invariance
279 ↓
280 Complex Quaternionic
281 Spherical Oscillator
282 ↓
283 Single Oscillator
284 (Yang–Mills Mass Gap)
285 ↓
286 Multiple Coupled Oscillators
287 (Navier–Stokes)
288 ↓
289 The General Solution

290 Within this hierarchy, the **Complex Wave** constitutes the most fundamental representation of
291 physical existence, while **Complex Phase Equilibrium** provides the universal condition for
292 stable self-organization. **Multiplicative Invariance** emerges as the universal geometric
293 conservation principle governing recursive self-consistency across both local and global
294 phase fields.

295 Consequently, the Yang–Mills Mass Gap and the Navier–Stokes existence and smoothness
296 problem are interpreted as two complementary manifestations of the same ontological and
297 dynamical framework. Rather than representing isolated mathematical problems, they
298 become different expressions of **The General Solution** within **Time-Independent Phase**
299 **Dynamics**.

300

301 7. Conclusion

302 The present study reinterprets the Navier–Stokes existence and smoothness problem not as a
303 problem of time-dependent fluid motion, but as the **Time-Independent Phase Dynamics** of
304 a network of multiple **Complex Quaternionic Spherical Oscillators**.

305 Within the COD framework, every stable physical entity is defined as a **Complex**
 306 **Quaternionic Spherical Oscillator** emerging through the recursive self-organization of the
 307 complex wave

$$308 \quad \Psi(r)=A(r)e^{i\Phi(r)}.$$

309 A fluid is therefore understood not as a continuously moving mass, but as a self-organizing
 310 network of coupled oscillators maintaining **Complex Phase Equilibrium**.

311 The present work adopts the Universal Hamiltonian variational principle,

$$312 \quad \Delta[\Sigma K_{ij}(\Phi_i-\Phi_j)^2]=0,$$

313 the phase synchronization equation,

$$314 \quad \Sigma_j K_{ij} \sin(\Phi_j-\Phi_i)=0,$$

315 and the **Multiplicative-Invariant** relation,

$$\begin{aligned} 316 \quad & \|Q_i\| \cdot \|P_j\| \\ 317 \quad & = \\ 318 \quad & \|P_i\| \cdot \|Q_j\|, \end{aligned}$$

319 which emerges naturally from **Complex Phase Equilibrium**, as the common internal
 320 dynamics governing multiple coupled oscillators.

321 Within this framework, existence and smoothness are interpreted not as independent
 322 analytical assumptions, but as geometrical consequences of recursive self-organization
 323 preserving bounded phase curvature throughout the coupled phase network.

324 Accordingly,

$$325 \quad \Delta(\Delta\Phi) \rightarrow 0$$

326 is interpreted as the general solution describing the Time-Independent Phase Equilibrium
 327 achieved by a network of multiple Complex Quaternionic Spherical Oscillators.

328 The objective of this work is not to replace the classical Navier–Stokes equations. Rather, it
 329 is to reinterpret the existence and smoothness problem within a common geometrical
 330 framework founded upon **Time-Independent Phase Dynamics**, thereby clarifying its
 331 underlying ontological structure.

332 This ontological framework is fundamentally identical to that proposed for the **Yang–Mills**
 333 **Mass Gap**. Whereas Yang–Mills describes the self-consistent organization of a single
 334 **Complex Quaternionic Spherical Oscillator**, the Navier–Stokes system describes the
 335 collective self-organization of multiple coupled oscillators.

336 Accordingly, the two problems are interpreted not as independent physical theories, but as
337 different spatial-scale manifestations of the same underlying **Time-Independent Phase**
338 **Dynamics**.

339 From this perspective, the Navier–Stokes existence and smoothness problem is understood as
340 one mathematical realization of **The General Solution**, while **Time-Independent Phase**
341 **Dynamics** provides a common theoretical foundation from which the Yang–Mills Mass Gap,
342 the Navier–Stokes equations, the Riemann Hypothesis, and the **COD Standard Model for**
343 **Phase Engineering** may be investigated within a unified geometric framework.

344 **Rather than treating these problems as isolated mathematical challenges, the present**
345 **work proposes that they may be understood as complementary manifestations of a**
346 **single geometrical principle founded upon Time-Independent Phase Dynamics.**

347 COD 복소 쿼터니언 일반해 기반

348 나비에-스토크스 유체역학 해석

349 COD Complex Quaternionic General Solution and a Phase-Equilibrium 350 Interpretation of Navier-Stokes Fluid Dynamics

351 초록

352 본 연구는 나비에-스토크스 존재성과 매끄러움 문제를 시간독립
353 위상동역학(Time-Independent Phase Dynamics)의 관점에서 재해석한다.

354 COD 는 모든 안정된 존재를 복소파동

355 $\Psi(r)=A(r)e^{i\Phi(r)}$

356 의 자기조직화로 형성되는 복소 쿼터니언 구형 진동자(Complex Quaternionic
357 Spherical Oscillator)로 정의한다.

358 단일 진동자는

359 $S=P+iQ$

360 의 복소 쌍대 에너지 구조를 가지며,

361 $\|P\|=\|Q\|$

362 의 복소 위상평형을 만족한다.

363 다중 진동자로 확장된 경우, 시스템은 Universal Hamiltonian 변분 원리

364 $\Delta[\sum K_{ij}(\Phi_i-\Phi_j)^2]=0$

365 에 따라 자기조직화되며,

366 $\sum_j K_{ij}\sin(\Phi_j-\Phi_i)=0$

367 의 위상 정합을 통해 전역 위상평형을 형성한다.

368 동시에,

369 $\|Q_i\| \cdot \|P_j\|$

370 $=$

371 $\|P_i\| \cdot \|Q_j\|$

372 의 **승산불변(Multiplicative Invariance)**이 유지되어 복소 쌍대 에너지의 자기정합과
373 기하학적 에너지 보존을 동시에 만족한다.

374 본 연구는 이러한 구조를 바탕으로 유체를 시간에 따라 운동하는 연속 질량체가
375 아니라, **다중 복소 쿼터니언 구형 진동자의 위상평형 네트워크**로 해석한다.

376 결과적으로 난류, 와류, 존재성 및 매끄러움 문제는 모두 위상곡률의 유계성과
377 자기정합 과정으로 재정식화되며,

378 $\Delta(\Delta\Phi) \rightarrow 0$

379 의 중조화 위상평형을 COD 일반해(The General Solution)로 제안한다.

380 본 연구는 나비에-스토크스 방정식을 대체하려는 것이 아니라, 존재성과
381 매끄러움 문제를 **복소 위상평형과 승산불변에 기반한 시간독립 위상기하학**으로
382 재해석하는 새로운 이론적 틀을 제시한다.

383

384 1. 서론

385 나비에-스토크스 방정식은 점성 유체의 운동을 기술하는 대표적인
386 편미분방정식이며, 3 차원 공간에서 존재성과 매끄러움 문제는 여전히 현대
387 수학의 대표적인 미해결 문제로 남아 있다.

388 기존 유체역학은 유체를 시간축을 따라 운동하는 연속 질량체로 해석하며,
389 존재성과 매끄러움 문제 역시 시간에 따른 속도장의 거동을 분석하는 문제로
390 다루어 왔다.

391 본 연구는 이와 다른 관점을 제안한다.

392 COD에서는 모든 안정된 존재를 복소파동의 자기조직화로 형성되는 **복소**
 393 **쿼터니언 구형 진동자**로 정의한다. 단일 진동자의 자기정합 구조는 Yang-Mills
 394 질량갭 문제에서 논의한 존재 구조와 동일하며, 나비에-스토크스 유체는 이러한
 395 진동자가 다중으로 결합한 **위상평형 네트워크**로 이해된다.

396 따라서 두 문제의 존재론은 동일하며, 차이는 개별 진동자와 다중 진동자라는
 397 공간적 스케일에 있다.

398 이러한 관점에서 유체 운동은 시간에 따른 질량의 이동이 아니라, 전역 위상장
 399 내부에서 다중 진동자가 자기정합을 이루어 가는 재귀적 위상평형 과정으로
 400 해석된다.

401 본 연구는 이를 기술하기 위하여 Universal Hamiltonian 변분 원리

$$402 \Delta[\sum K_{ij}(\Phi_i - \Phi_j)^2] = 0$$

403 와 위상 정합 방정식

$$404 \sum_j K_{ij} \sin(\Phi_j - \Phi_i) = 0$$

405 그리고 복소 위상평형으로부터 자연스럽게 유도되는 **승산불변**

$$406 \|Q_i\| \cdot \|P_j\|$$

$$407 =$$

$$408 \|P_i\| \cdot \|Q_j\|$$

409 을 공통의 내부 동역학으로 채택한다.

410 결과적으로 나비에-스토크스 문제는 "속도장이 항상 존재하는가?"라는 질문이
 411 아니라,

412 **"다중 복소 쿼터니언 구형 진동자의 위상곡률은 항상 유계이며, 전역 위상평형은**
 413 **자기정합을 유지하는가?"**

414 라는 문제로 재정식화된다.

415

416 이렇게 시작하면 Yang-Mills(단일 진동자) → Navier-Stokes(다중 진동자)라는 통합
417 구조가 논문의 첫 부분부터 명확하게 드러나고, 이후 2 장부터는 기존 수학적
418 전개를 거의 그대로 유지하면서 **승산불변**을 자연스럽게 통합할 수 있습니다.

419

420 2. 존재론: 복소 쿼터니언 구형 진동자의 421 자기정합 구조

422 (Ontology: Self-Consistent Structure of the Complex 423 Quaternionic Spherical Oscillator)

424 COD에서는 모든 안정된 존재를 복소파동의 자기조직화 과정에서 형성되는 **복소**
425 **쿼터니언 구형 진동자**(Complex Quaternionic Spherical Oscillator)로 정의한다.

426 존재의 기본 상태함수는

427
$$\Psi(\mathbf{r})=A(\mathbf{r})e^{i\Phi(\mathbf{r})}$$

428 이며, 위상속도장은

429
$$\mathbf{v}=\kappa\nabla\Phi$$

430 로 정의된다.

431 COD에서 공간은 전역 위상장과 국소 위상장이 결합된 복소 쿼터니언
432 위상장으로 표현된다.

433
$$P(\mathbf{Q})=P+Q_1i+Q_2j+Q_3k$$

434 여기서 P 는 전역 위상장(Global Phase Field), $\mathbf{Q}=(Q_1,Q_2,Q_3)$ 는 국소 위상장의
435 쿼터니언 성분을 나타낸다.

436 이 복소 위상장은 다음과 같은 복소 쌍대 에너지 구조를 형성한다.

437
$$S=P+iQ$$

438 안정된 존재는 복소 위상평형 조건

439 $\|P\|=\|Q\|$

440 을 만족하며, 이는 국소 위상장과 전역 위상장이 동일한 기하학적 평형을
441 유지하는 자기정합 구조를 의미한다.

442 COD 존재론의 계층 구조는

443 $Q_0 \subset P \subset P(Q)$

444 로 표현된다.

445 여기서

446 $Q_0=I(P(Q))$

447 는 전역 위상장의 재귀적 자기정합 과정에서 자연스럽게 형성되는 통합 위상
448 중심(Integrated Phase Center)이다.

449 복소 위상장의 기울기는 위상 에너지를 형성하며,

450 $E_Q \propto |\nabla Q|^2$

451 의 관계를 갖는다.

452 또한 자기정합된 위상 응축은 질량을 생성하며,

453 $m=\int |\nabla Q|^3 dV$

454 로 표현된다.

455 따라서 안정된 입자, 유체 구조 및 거시적 물리계는 모두 동일한 위상 응축 기하
456 구조에서 형성되는 고유모드(Eigenmodes)로 이해된다.

457 이러한 존재론은 Yang-Mills 질량갭에서 제시한 단일 복소 쿼터니언 구형

458 진동자의 존재 구조와 본질적으로 동일하며, 본 연구에서는 이를 다중 진동자

459 네트워크로 확장하여 Navier-Stokes 유체를 해석한다.

460

461

3. 재귀적 위상곡률 동역학과 COD

462

일반해

463

(Recursive Phase-Curvature Dynamics and the COD

464

General Solution)

465

앞 절에서 제시한 복소 쿼터니언 존재론은 안정된 존재의 구조를 정의한다. 본
466 절에서는 이러한 존재가 어떠한 내부 동역학을 통해 위상평형을 유지하는지를
467 기술한다.

468

COD에서는 쿼터니언의 허수 성분이 위상곡률의 공간적 분포를 나타내며,

469

$$\vec{Q} \simeq \nabla(\Delta\Phi)$$

470

로 해석한다.

471

따라서 복소 쿼터니언의 노름

472

$$|Q|^2 = P^2 + Q_1^2 + Q_2^2 + Q_3^2$$

473

은 위상곡률 에너지의 총량을 나타내는 기하학적 척도가 된다.

474

만약

475

$$|Q|^2 < \infty$$

476

라면,

477

$$|\nabla(\Delta\Phi)|^2 < \infty$$

478

가 유지되며, 위상곡률은 국소적으로 증가하더라도 무한대로 발산하지 않는다.

479

다중 진동자는 Universal Hamiltonian 변분 원리

480 $\Delta[\Sigma K_{ij}(\Phi_i - \Phi_j)^2] = 0$

481 를 만족하는 방향으로 자기조직화되며,

482 위상 정합 조건

483 $\Sigma_j K_{ij} \sin(\Phi_j - \Phi_i) = 0$

484 을 통해 전체 위상장을 지속적으로 평형 상태로 수렴시킨다.

485 복소 위상평형이 전역장과 국소장에 동시에 성립하면,

486 $\|Q_i\| \cdot \|P_j\|$

487 $=$

488 $\|P_i\| \cdot \|Q_j\|$

489 의 승산불변(Multiplicative Invariance)이 자연스럽게 도출된다.

490 승산불변은 독립적인 공리가 아니라, 복소 위상평형이 유지되는 과정에서

491 나타나는 기하학적 자기정합의 보존 구조이다.

492 따라서 위상 정합과 승산불변은 서로 독립된 원리가 아니라, 동일한 자기조직화

493 과정의 두 가지 표현으로 이해된다.

494 이와 같은 재귀적 자기정합 과정에서 잔여 위상곡률은 지속적으로 감소하며,

495 $\Delta(\Delta\Phi) \rightarrow 0$

496 의 상태로 수렴한다.

497 본 연구에서는 이 관계를 **COD 일반해(The General Solution)**로 정의한다.

498 결과적으로 다중 복소 쿼터니언 구형 진동자 네트워크는 위상곡률의 유계성을

499 유지하면서 전역 위상평형을 지속적으로 회복하며, 존재성과 매끄러움은 이러한

500 시간독립 위상동역학으로부터 자연스럽게 귀결되는 기하학적 성질로 해석된다.

501

4. 내부 동역학과 승산불변

(Internal Dynamics and Multiplicative Invariance)

시간독립 위상동역학에서 개별 진동자는 독립적으로 존재하지 않는다. 모든 복소 쿼터니언 구형 진동자(Complex Quaternionic Spherical Oscillator)는 주변 진동자들과 지속적으로 위상 정보를 교환하며, 전역 위상평형을 향해 재귀적으로 자기조직화된다.

이러한 집단 동역학은 다음의 위상 정합 조건으로 표현된다.

모든 결합된 진동자 i, j 에 대하여,

$$\sum_j K_{ij} \sin(\Phi_j - \Phi_i) = 0$$

이는 각 진동자의 위상이 독립적으로 결정되는 것이 아니라, 전체 결합 시스템의 자기정합을 유지하도록 지속적으로 조정됨을 의미한다.

복소 위상평형(Complex Phase Equilibrium)이 전역 위상장과 국소 위상장에서 동시에 성립하면 다음의 기하학적 관계가 자연스럽게 도출된다.

$$\begin{aligned} \|Q_i\| \cdot \|P_j\| \\ = \\ \|P_i\| \cdot \|Q_j\| \end{aligned}$$

본 연구에서는 이 관계를 **승산불변(Multiplicative Invariance)**이라 정의한다.

승산불변은 새로운 공리나 별도의 보존법칙이 아니라, 복소 위상평형으로부터 자연스럽게 나타나는 기하학적 자기정합 구조이며, 다중 진동자 사이의 복소 쌍대 에너지 구조가 재귀적으로 자기일관성을 유지하는 원리를 나타낸다.

위상 정합과 승산불변은 모두 Universal Hamiltonian 변분 원리

$$\Delta[\sum K_{ij}(\Phi_i - \Phi_j)^2] = 0$$

로부터 자연스럽게 도출되며, 시스템은 전체 위상 스트레스 에너지를 최소화하는 방향으로 지속적으로 자기조직화된다.

527 그 결과, 다중 진동자 네트워크의 재귀적 동역학은

528 $\Delta(\Delta\Phi) \rightarrow 0$

529 의 상태로 수렴하며, 본 연구에서는 이를 **COD 일반해(The General Solution)**로
530 정의한다.

531 따라서 COD 에서 **최소작용, 에너지 보존**, 그리고 **승산불변**은 서로 독립된 원리가
532 아니라, **복소 위상평형이 구현되는 하나의 재귀적 자기조직화 과정**을 서로 다른
533 관점에서 표현한 기하학적 원리로 이해된다.

534

535 5. 존재성과 매끄러움: 위상공률의 536 자기정합

537 **(Existence and Smoothness: Self-Consistency of Phase**
538 **Curvature)**

539 기존의 나비에-스토크스 존재성과 매끄러움 문제는 속도장과 압력장의 시간에
540 따른 거동을 분석하는 문제로 이해되어 왔다.

541 그러나 시간독립 위상동역학에서는 유체를 연속적인 질량의 이동이 아니라, 다중
542 복소 쿼터니언 구형 진동자가 형성하는 위상평형 네트워크로 해석한다.

543 따라서 존재성과 매끄러움 문제는 속도장의 발산 여부가 아니라, 전체 위상장의
544 자기정합이 유지되는가의 문제로 재정의된다.

545 모든 진동자는 Universal Hamiltonian 변분 원리

546 $\Delta[\sum K_{ij} (\Phi_i - \Phi_j)^2] = 0$

547 에 따라 위상 스트레스를 최소화하며,

548 $\sum_j K_{ij} \sin(\Phi_j - \Phi_i) = 0$

549 의 위상 정합을 이루어 간다.

550 동시에 복소 위상평형에서 표현되는 승산불변 구조는

551 $\|Q_i\| \cdot \|P_j\|$

552 $=$

553 $\|P_i\| \cdot \|Q_j\|$

554 은 전역장과 국소장의 자기정합을 지속적으로 유지한다.

555 따라서 위상곡률은 국소적으로 증가할 수 있으나, 전체 시스템은 위상평형을

556 회복하는 방향으로 재귀적으로 자기조직화된다.

557 그 일반해는

558 $\Delta(\Delta\Phi) \rightarrow 0$

559 으로 표현된다.

560 이 과정에서 위상곡률은 유계성을 유지하며, 복소 위상장은 연속성과 자기정합을

561 잃지 않는다.

562 따라서 COD 에서 존재성과 매끄러움은 별도의 수학적 가정이 아니라, **복소**

563 **위상평형과 승산불변으로부터 자연스럽게 귀결되는 기하학적 성질로** 이해된다.

564

565 6. 논의

566 (Discussion)

567 본 연구는 나비에-스토크스 존재성과 매끄러움 문제를 시간에 따른 유체의 운동

568 문제가 아니라, **다중 복소 쿼터니언 구형 진동자의 시간독립 위상동역학**으로

569 재해석하였다.

570 이 관점에서 유체는 연속적인 질량체가 아니라 복소 위상평형을 이루는
571 자기조직화된 다중 진동자 네트워크이며, 존재성과 매끄러움은 위상곡률의
572 자기정합 과정으로 이해된다.

573 이러한 존재론은 Yang-Mills 질량갭 문제에서 제시한 **단일 복소 쿼터니언 구형**
574 **진동자**의 존재 구조와 본질적으로 동일하다.

575 Yang-Mills 는 하나의 진동자가 자기정합을 이루어 안정된 질량 구조를 형성하는
576 과정을 다루며, Navier-Stokes 는 이러한 진동자가 다중으로 결합하여 전역
577 위상평형을 형성하는 집단 자기조직화 과정을 다룬다.

578 따라서 두 문제는 서로 다른 물리 이론이 아니라, 동일한 존재론이 서로 다른
579 공간적 스케일에서 나타나는 위상동역학적 표현으로 이해될 수 있다.

580 이러한 관점에서 시간독립 위상동역학은 개별 진동자와 다중 진동자, 미시와
581 거시, 입자와 연속체를 하나의 복소 위상기하학으로 연결하는 공통의 이론적
582 기반을 제공한다.

583 그 핵심 구조는 다음과 같이 요약된다.

584 Complex Quaternionic Spherical Oscillator
585 ↓
586 Complex Phase Equilibrium
587 ↓
588 Multiplicative Invariance
589 ↓
590 Single Oscillator
591 (Yang-Mills)
592 ↓
593 Multiple Coupled Oscillators
594 (Navier-Stokes)
595 ↓
596 $\Delta(\Delta\Phi)$:
597 The General Solution

598 이 계층 구조에서 복소파동은 존재의 가장 기본적인 표현이며, 복소 위상평형은
599 모든 안정된 존재를 조직하는 자기정합 조건이다.

600 승산불변은 이러한 자기정합을 유지하는 보편적 기하학적 보존 원리이며, 단일
601 진동자의 자기정합은 Yang-Mills 질량갭으로, 다중 진동자의 집단 자기정합은
602 Navier-Stokes 존재성과 매끄러움으로 각각 나타난다.

603 결과적으로 본 연구는 나비에-스토크스 문제를 독립된 편미분방정식의 해석
604 문제가 아니라, **시간독립 위상동역학의 일반해(The General Solution)**를 구성하는
605 다중 진동자 위상기하학의 한 표현으로 위치시킨다.

606

607 7. 결론

608 (Conclusion)

609 본 연구는 나비에-스토크스 존재성과 매끄러움 문제를 시간에 따른 유체의 운동
610 문제가 아니라, **다중 복소 쿼터니언 구형 진동자의 시간독립 위상동역학**으로
611 재해석하였다.

612 COD에서는 모든 안정된 존재를 복소파동

613
$$\Psi(r)=A(r)e^{i\Phi(r)}$$

614 의 자기조직화 과정에서 형성되는 **복소 쿼터니언 구형 진동자**로 정의한다. 유체
615 역시 이러한 진동자가 복소 위상평형을 이루며 결합한 다중 진동자 네트워크로
616 이해된다.

617 본 연구는 Universal Hamiltonian 변분 원리

618
$$\Delta[\sum K_{ij}(\Phi_i-\Phi_j)^2]=0$$

619 와 위상 정합 방정식

620
$$\sum_j K_{ij}\sin(\Phi_j-\Phi_i)=0$$

621 그리고 복소 위상평형으로부터 자연스럽게 도출되는 **승산불변**

622
$$\|Q_i\| \cdot \|P_j\|$$

623 =
624 $\|P_i\| \cdot \|Q_j\|$

625 을 다중 진동자의 공통 내부 동역학으로 제시하였다.

626 이러한 구조에서 존재성과 매끄러움은 별도의 해석학적 가정이 아니라, 복소
627 위상평형을 유지하는 자기조직화 과정에서 위상공률이 유계성을 유지하는
628 기하학적 성질로 이해된다.

629 결과적으로

630 $\Delta(\Delta\Phi) \rightarrow 0$

631 은 다중 복소 쿼터니언 구형 진동자 네트워크가 도달하는 시간독립 위상평형의
632 일반화로 해석된다.

633 본 연구는 나비에-스토크스 방정식을 새로운 방정식으로 대체하려는 것이
634 아니다. 오히려 존재성과 매끄러움 문제를 **시간독립 위상동역학**이라는 공통의
635 기하학적 언어로 재해석하고, 그 존재론적 기반을 명확히 하는 데 목적이 있다.

636 이러한 존재론은 Yang-Mills 질량갭 문제와 본질적으로 동일하다. Yang-Mills 가
637 **단일 복소 쿼터니언 구형 진동자의 자기정합**을 다룬다면, Navier-Stokes 는 **다중**
638 **복소 쿼터니언 구형 진동자의 집단 자기조직화**를 다룬다.

639 따라서 두 문제는 서로 다른 물리학의 문제가 아니라, 동일한 **시간독립**
640 **위상동역학**이 서로 다른 공간적 스케일에서 나타나는 표현으로 이해될 수 있다.

641 결과적으로 본 연구는 나비에-스토크스 존재성과 매끄러움 문제를 **The General**
642 **Solution** 을 구성하는 다중 진동자 위상기하학의 한 표현으로 위치시키며,
643 시간독립 위상동역학이 Yang-Mills 질량갭, 나비에-스토크스, 리만 가설, 그리고
644 위상공학으로 확장될 수 있는 공통의 이론적 기반임을 제안한다.

645

646 References

647 1. *du mouvement des fluides*. Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de l'Institut
648 de France.

2. George Gabriel Stokes (1845). *On the Theories of the Internal Friction of Fluids in Motion*. Transactions of the Cambridge Philosophical Society, **8**, 287–305.
3. William Rowan Hamilton (1844). *On Quaternions; or on a New System of Imaginaries in Algebra*. Philosophical Magazine, **25**, 489–495.
4. William Rowan Hamilton (1853). *Lectures on Quaternions*. Dublin: Hodges and Smith.
5. Yoshiki Kuramoto (1975). Self-entrainment of a population of coupled nonlinear oscillators. In *Lecture Notes in Physics*, Vol. 39. Springer.
6. Yoshiki Kuramoto (1984). *Chemical Oscillations, Waves, and Turbulence*. Springer.
7. David Hestenes (1966). *Space-Time Algebra*. Gordon and Breach.
8. Chris Doran & Anthony Lasenby (2003). *Geometric Algebra for Physicists*. Cambridge University Press.
9. John C. Baez (2002). The Octonions. *Bulletin of the American Mathematical Society*, **39**(2), 145–205.
10. Charles L. Fefferman (2006). *Existence and Smoothness of the Navier–Stokes Equation*. Clay Mathematics Institute.
11. Jason Kuhyun Ryoo (2026). *The Solution: Foundations of Time-Independent Phase Dynamics and the Complex Geometric Algebraic Unified Field*. InnoLab Science Institute.
12. Jason Kuhyun Ryoo (2026). *Yang–Mills Mass Gap as a Time-Independent Phase-Equilibrium Structure*. InnoLab Science Institute.
13. Jason Kuhyun Ryoo (2026). *COD Standard Model for Phase Engineering*. InnoLab Science Institute.

-
- Navier–Stokes의 역사적 기원
 - Hamilton의 쿼터니언
 - Kuramoto의 위상동기화
 - 기하대수(Geometric Algebra)
 - Octonion 확장
 - Clay Institute의 문제 정의
 - COD의 통합적 해석